

Author: Άγνωστος Συγγραφέας

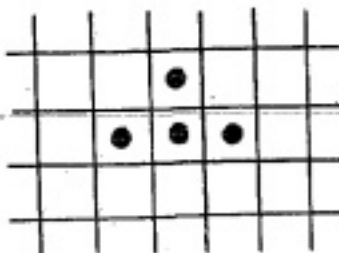
Title: Τα Μαθηματικά μας\_ Διασκεδάζουν

Creator: HDML

# ΤΑ ΜΑ- ΘΗΜΑ- ΤΙΚΑ ΔΙΑΣΚΕΔΑΖΟΥΝ

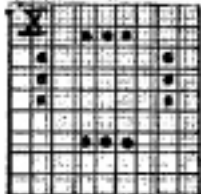
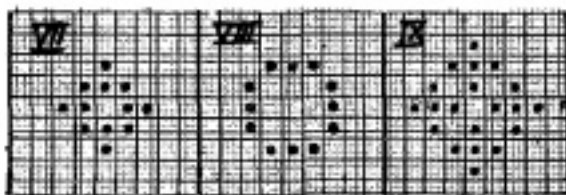
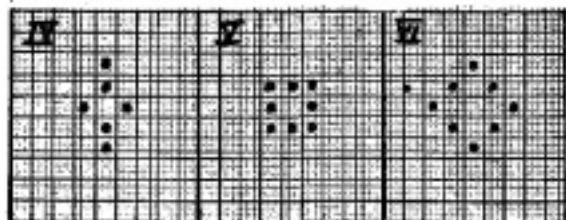
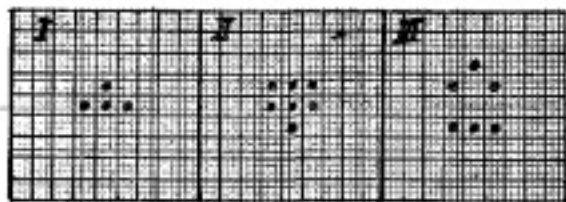
## ΛΥΣΕΙΣ ΠΡΟΤΑΘΕΝΤΩΝ

94) *Νά μελετηθῆ ὁ κατωτέρω πληθυσμὸς τοῦ παγγίνου ζωῆς.\*)*



Ὁ ἀνωτέρω πληθυσμὸς εἶναι ἄνευ κέρματος, δηλαδή δὲν καταλήγει ποτὲ σὲ σταθερὸ σχῆμα.

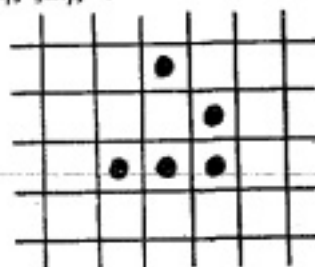
Μετὰ δὲ τὴν X γενεὰ μετασχηματίζεται σὲ σταυρὸ καὶ τετράγωνο διαδοχικῶς.



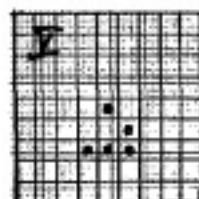
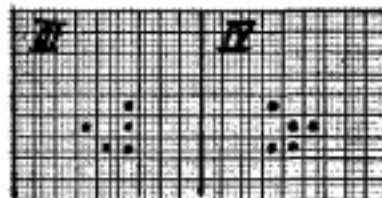
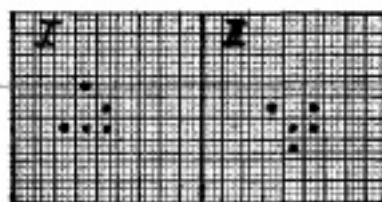
Π. ΚΑΛΟΓΕΡΑΚΗΣ

\*) Σ. Σ. Οἱ κανόνες τοῦ παγγίνου ζωῆς ἐκτίθενται εἰς τὴν 8ην σελίδα τοῦ 3ου τεύχους (Ἰανουάριος—Φεβρουάριος 1975).

95) *Νά μελετηθῆ ὁ κατωτέρω πληθυσμὸς τοῦ παγγίνου τῆς ζωῆς.\*)*



Ὁ ἀνωτέρω πληθυσμὸς εἶναι περιοδικὸς μὲ περίοδον πέντε γενεάς. Κατὰ δὲ τὴν II γενεὰ μετατίθεται ἓνα φατνίον κάτω.



Π. ΚΑΛΟΓΕΡΑΚΗΣ

97) *Νά εὑρεθῆ εἰς ποῖον σύστημα ἀριθμῆσεως ἰσχύει:*

$$255 \times 167 = 50153$$

Ἐστω  $x$  ἡ βάση τοῦ συστήματος ἀριθμῆσεως. Τότε θὰ ἔχωμεν:

$$-255 = 2x^2 + 5x + 5$$

$$167 = x^2 + 6x + 7$$

$$50153 = 5x^4 + x^2 + 5x + 3 \text{ και}$$

$$(2x^2 + 5x + 5)(x^2 + 6x + 7) = 5x^4 + x^2 + 5x + 3$$

$$2x^4 + 17x^3 + 49x^2 + 65x + 35 = 5x^4 + x^2 + 5x + 3$$

$$3x^4 - 17x^3 - 48x^2 - 60x - 32 = 0,$$

ενθα  $x$  ακέραιος.

Καλοθμεν:  $\varphi(x) = 3x^4 - 17x^3 - 48x^2 - 60x - 32$ ,  
 άποτε  $\varphi(0) < 0$  και  $\varphi(10) > 0$ .

Άρα θα άκάρχη λύσις  $x$ :  $0 < x < 10$  και λόγω άπάρξεως εν τφ χιαδικφ συστήματι τοθ άριθμοθ 167 έπεται ότι  $7 < x < 10$ , άθεν  $x=8$  ή  $x=9$ .

Έξ αυτών μόνον ή  $x=8$  είναι ρίζα τής άξιόσσεως, ήτοι το σύστημα άριθμήσεως είναι το άκταδικόν.

N. ΜΑΡΑΣΟΓΛΟΥ

98) Άν ξέρουμε ότι:

$$96842 = 256 \times 376 + 842$$

να εύρεθί το πηλίκο και το υπόλοιπο τής διαιρέσεως τοθ 96842 με καθέναν άπό τοθ 256 και 375 χωρί να γίνη ή διαιρέσις.

Η ισότης ποθ μίς δόθηκε δέν μπορεί να χαρακτηρισθί ώς ταυτότης διαιρέσεως, γιατί το 842 είναι μεγαλύτερο άπό τοθ 256 και 375, άν τοθ θεωρήσουμε σαν διαιρέτες. Έπειδή δέ είναι:

$$842 = 256 \times 3 + 74 \text{ και } 842 = 375 \times 2 + 92$$

έπεται:

$$\begin{aligned} \alpha) \quad 96842 &= 256 \times 375 + 256 \times 3 + 74 = \\ &= 256 \times (375 + 3) + 74 \end{aligned}$$

δηλαδή ή διαιρέσις τοθ 96842 διά 256 δίδει πηλίκον 378 και υπόλοιπον 74.

$$\begin{aligned} \beta) \quad 96842 &= 256 \times 375 + 375 \times 2 + 92 = \\ &= 375 \times (256 + 2) + 92 \end{aligned}$$

δηλαδή άν διαιρέτης είναι ό 375 το πηλίκον είναι 258 και το υπόλοιπον 92.

L. Σ. Π.

100) Να εύρεθί μι ά πραγματική συνάρτησις  $f(x)/R$  τοιαύτη άσσε:

$$f(x_1 + x_2) = (f(x_1))^{f(x_2)}$$

Η ζητουμένη συνάρτησις είναι ή  $f(x) = 1/R$ .

Πράγματι  $f(x_1) = f(x_2) = f(x_1 + x_2) = 1$

$$(f(x_1))^{f(x_2)} = 1^1 = 1$$

Ω

## ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΠΡΟΣ ΛΥΣΙΝ

101) Να εύρεθούν δύο φυσικοί άριθμοί  $x, y$  διά τοθ άποίοις να ισχύη:  $x^y = y^x$

N. ΜΑΡΑΣΟΓΛΟΥ

102) Να εύρεθούν τέσσαρες φυσικοί άριθμοί  $x, y, z, \omega$  διά τοθ άποίοις να ισχύη:

$$x^2 + y^2 + z^2 = \omega^2$$

N. ΜΑΡΑΣΟΓΛΟΥ

103) Να εύρεθούν τρείς φυσικοί άριθμοί  $x, y, z$  οί άποίοι να έπαληθεύουν τās άξιόσσεις:

$$(x+y)^2 + z^2 = 169$$

$$(x-y)^2 + z^2 = 165$$

N. ΜΑΡΑΣΟΓΛΟΥ

104) Να εύρεθούν τρείς φυσικοί άριθμοί  $x, y, z$  οί άποίοι να έπαληθεύουν τās άξιόσσεις:

$$x^{y^z} + y^{x^z} + z^{x^y} = 12$$

$$x^{y^x} + y^{x^x} = 9$$

$$x^{y^x} + y^{x^x} = 4$$

N. ΜΑΡΑΣΟΓΛΟΥ

105) Είς μιάν έκλογήν, μεταξί τριών ύποψηφίων  $\alpha, \beta, \gamma$  διά τρείς θέσεις έγήγησαν 100 άτομα. Τα δέ άποτελέσματα έδωσαν:

1ος	2ος	3ος	ψηφοί
$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	33
$\alpha$	$\gamma$	$\beta$	0
$\beta$	$\alpha$	$\gamma$	2
$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	27
$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	20
$\gamma$	$\beta$	$\alpha$	18

Ποιοσ ήτο ό νικητής τών έκλογών;

Ω

## ΑΥΤΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

Κουρίτα Δήμητρα (Λάρισα) 92, 93.

Μαντίς Ξενοφών (Ρόδοσ) 92, 94, 95.

συνέχεια είς σελ. 61

7

Κατά ταύτα, έχουμε :

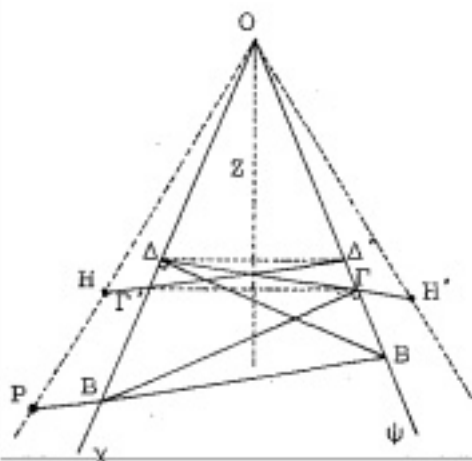
$$\frac{OA}{OG} = \lambda \quad (1)$$

Όμοιος έχουμε :

$$\frac{OB}{OD} = \lambda \quad (2)$$

Επομένως, έχουμε :

$$\frac{OA}{OG} = \frac{OB}{OD} = \lambda \quad (3)$$



Έστωσαν Οε ή διχοτόμος της γωνίας xOy, Γ' το συμμετρικόν του Γ, ως προς την διχοτόμον Οε και Δ' το συμμετρικόν του Δ, ως προς την Οε.

Κατά τὰ γνωστά, έχουμε :

$$OG' = OG \quad (4) \quad \text{και} \quad OD' = OD \quad (5).$$

Έκ τῶν (3), (4) και (5), λαμβάνομεν :

$$\frac{OA}{OG'} = \frac{OB}{OD'} = \lambda \quad (6)$$

Από τὴν (6) έπεται, ότι, αἱ AB και Γ'Δ' είναι παράλληλοι.

Έστω Η τὸ σημεῖον τομῆς τῶν OP και Γ'Δ'. Ἐπειδὴ αἱ AB και Γ'Δ', κατὰ τ' ἀνωτέρω, είναι παράλληλοι, θὰ έχουμε :

$$\frac{OP}{OH} = \frac{OA}{OG'} = \frac{OB}{OD'} \quad (7).$$

Αἱ (6) και (7) δίδουν :

$$\frac{OP}{OH} = \lambda.$$

Έκ τῶν ἀνωτέρω, έπεται, ότι, τὸ Η είναι σημεῖον σταθερὸν τῆς σταθερῆς εὐθείας OP.

Ἄλλὰ αἱ ΓΔ και Γ'Δ' είναι συμμετρικαί, ως προς τὴν διχοτόμον Οε, τῆς γωνίας xOy.

Ἐπομένως, ἡ ΓΔ θὰ διέρχεται ἀπὸ τὸ συμμετρικόν Η' τοῦ Η ως προς τὴν ΟΖ. Τὸ σημεῖον Η' είναι σταθερὸν, ως συμμετρικὸν τοῦ σταθεροῦ Η, ως προς τὴν σταθερὰν διχοτόμον Οε.

**Ὁ ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ.. ΘΑ ΕΙΝΑΙ Ο ΠΙΣΤΟΣ ΦΙΛΟΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΚΑΙ ΚΑΤΑ ΤΟ ΕΠΟΜΕΝΟΝ ΣΧΟΛΙΚΟΝ ΕΤΟΣ**

**ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΑΣ ΔΙΑΣΚΕΛΑΖΟΥΝ**

συνέχεια ἀπὸ σελ. 7

- Μεταξὺς Ἀπόλλων (Ἔδεσσα) 86, 87.  
Μαλακδοῦρος Σεραφεῖμ (Ἀχινός—Στυλῆς) 86, 87.  
Παπαγιάννης Γεώργιος (Ἀλεξανδρούπολις) 87.  
Παπαδάτου Ἀφροδίτη (Μαρκόπουλον—Κεφαλληνία) 86.  
Σιῶγου Μαρία 94, 95.  
Τζίμα Τασούλα (Καβάλα) 92.  
Φιλίππου Νικόλαος (Ἁγία Μαρίνα—Κάσος) 94.  
Χιοκτοῦρ Ἀλέξανδρος (Βόλος) 89.

**ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΑΙ**

Ἡ στήλη εὐχαριστεῖ θερμότατα τοὺς ἀγαπητοὺς ἀναγνώστῃς τοῦ «Εὐκλείδου» διὰ τὴν ἀγάπην μετὰ τὴν ὁποίαν τὴν περιέβαλαν και κατὰ τὸ ἔτος αὐτό.

Ἡ ἐπιτυχία τῆς ὀφείλεται κατὰ κύριον λόγον εἰς τὴν ποικιλίαν τῶν προβλημάτων τῆς, τὰ ὅποια ἐστάλησαν ἀπὸ ἐκλεκτοῦς Μαθηματικοῦς και ἐπιμελεῖς μαθητῶς.

Εἶναι δὲ βέβαιον, ὅτι κατὰ τὴν προσεχῆ περίοδον θὰ ἀξήθη ἔτι περισσότερον ὁ ἀριθμὸς τῶν συνεργατῶν τῆς.

**Ὅροι συνεργασίας τῆς στήλης**

1. Κάθε προτεινόμενον θέμα θὰ πρέπει νὰ συνοδεύεται ὑπὸ τῆς λύσεώς του.
2. Κάθε προτεινόμενον θέμα, τοῦ ὁποίου ἡ ὑπαρξὶς ἢ ἡ μὴ ὑπαρξὶς τῆς λύσεως στηρίζεται εἰς τὰ ἀνώτερα μαθηματικά, θὰ πρέπει νὰ συνοδεύεται ἀπαραίτητως και ὑπὸ τῆς σχετικῆς βιβλιογραφίας.
3. Ἡ διεύθυνσις και τὸ τηλεφῶνον τοῦ προτεινόντος θὰ διευκολύνῃ πολὺ τὸ ἔργον τοῦ ἐπευθένου τῆς στήλης.
4. Κάθε ἐπιστολὴ πρὸς τὴν στήλην θ' ἀπευθύνεται εἰς τὴν : Ἑλληνικὴν Μαθηματικὴν Ἑταιρείαν, Ἐὐκλείδην-V, Ἐλευθ. Βενιζέλου 34, Ἀθήνας 143.